

April 2024

Time - Three hours
(Maximum Marks: 100)

- [N.B. 1. Answer all questions in PART A. Each question carries one mark.
2. Answer any ten questions in PART B. Each question carries two marks.
3. Answer all question by selecting either A or B. Each question carries fifteen marks. (7+8)]

PART - A

1. If $A = \begin{pmatrix} 5 & -6 \\ 3 & 7 \end{pmatrix}$ find $3A$?
2. Find the value of $(2i + i)(i + 3i)$
3. Show that $\tan 765^\circ = 1$
4. Evaluate: $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 2^2}{x - 2}$
5. Find the order and degree of the differential equation.
$$\frac{d^3y}{dx^3} - 5\frac{d^2y}{dx^2} + 6\frac{dy}{dx} + 7y = 0$$

PART - B

6. Prove that the matrix $\begin{pmatrix} 8 & 16 \\ 6 & 12 \end{pmatrix}$ is singular.
7. Find the adjoint of $\begin{pmatrix} 5 & -6 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$
8. Find the 4th term in the expansion of $\left(x^2 + \frac{1}{x}\right)^8$
9. Find the modulus and amplitude of $\sqrt{3} - i$
10. If ω is the cube root of unity find the value of $\omega(\omega + 1)$
11. Find the value of $\frac{\cos 5\theta + i \sin 5\theta}{\cos 3\theta - i \sin 3\theta}$
12. Prove that $\sin 40^\circ + \sin 20^\circ - \cos 10^\circ = 0$
13. Prove that $\tan^{-1} \left(\frac{3x - x^3}{1 - 3x^2} \right) = 3 \tan^{-1} x$
14. Prove that $\frac{\sin 2A}{1 + \cos 2A} = \tan A$
15. Evaluate: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{\sin 4x}$
16. Find $\frac{dy}{dx}$ if $y = \frac{1}{x^2} + 3 \tan x - \log x$

17. Find $\frac{dy}{dx}$ if $y = \frac{1+\cos x}{1-\cos x}$
18. Find $\frac{d^2y}{dx^2}$ if $y = x^4 - 3x^3 + 6x^2 + 2x + 1$
19. Form the differential equation by eliminating the constant from $x^2 + y^2 = a^2$
20. If $u = 3x^3 + 4y^3 + 6xy$ find (i) $\frac{\partial u}{\partial x}$ (ii) $\frac{\partial u}{\partial y}$

PART - C

21. A) i. Find the inverse of the matrix $\begin{pmatrix} 3 & 4 & 1 \\ 0 & -1 & 2 \\ 5 & -2 & 6 \end{pmatrix}$
 ii. Solve by using Cramer's rule $3x - y + 2z = 8, x + y + z = 2$ and $2x + y - z = -1$
 (or)
 B) i. Find the rank of the matrix $\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 3 \\ 2 & 4 & -4 & 7 \\ -1 & -2 & -2 & -2 \end{pmatrix}$
 ii. Find the coefficient of x^5 in the expansion of $\left(ax + \frac{b}{x}\right)^{11}$
22. A) i. Find the real and imaginary parts of $\frac{(1+i)(2-i)}{(1+3i)}$
 ii. Find the value of $\frac{(\cos x - i \sin x)^3 (\cos 3x + i \sin 3x)^5}{(\cos 2x - i \sin 2x)^5 (\cos 5x + i \sin 5x)^7}$ when $x = \frac{2\pi}{13}$
 (or)
 B) i. Show that the points $3 + 2i, 5 + 4i, 3 + 6i$ and $1 + 4i$ in an Argand diagram form a square.
 ii. Solve: $x^8 - x^5 + x^3 - 1 = 0$
23. A) i. If $\sin A = \frac{8}{17}, \sin B = \frac{5}{13}$, prove that $\sin(A + B) = \frac{171}{221}$
 ii. Prove that $\cos 10^\circ \cos 30^\circ \cos 50^\circ \cos 70^\circ = \frac{3}{16}$
 (or)
 B) i. Prove that $\frac{\sin A + \sin 2A + \sin 3A}{\cos A + \cos 2A + \cos 3A} = \tan 2A$
 ii. Prove that $\cos^{-1}(4x^3 - 3x) = 3\cos^{-1}x$

24. A) i. Evaluate: $\lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{5\sin 6\theta}{3\sin 2\theta}$
- ii. Find $\frac{dy}{dx}$ if
(1) $y = (x+1)(x+2)(x+3)$
(2) $y = \frac{x^2+1}{e^x}$ (or)
- B) i. Find $\frac{dy}{dx}$ if (1) $y = \log x(2x+1)\sqrt{x}$ (2) $y = \frac{ax+b}{cx+d}$
ii. Find $\frac{dy}{dx}$ if (1) $y = \sin(3x+4)$ (2) $x^3 + y^3 = 3$
25. A) i. Form a differential equation by eliminating the constant A and B from
 $y = A\cos 5x + B\sin 5x$
ii. If $y = \frac{\cos x}{x}$, prove that $xy_2 + 2y_1 + xy = 0$ (or)
- B) i. If $u = 2x^3 + 3x^2y + 4xy^2 + 4y^3$, find $\frac{\partial u}{\partial x}$ and $\frac{\partial u}{\partial y}$
ii. If $u = 2x^3 - 3x^2y + 3xy^2 + 5y^3$, find the value of $x\frac{\partial u}{\partial x} + y\frac{\partial u}{\partial y}$

தமிழ் வடிவம்

பகுதி - அ (5 X 1 = 5)

[குறிப்பு : அனைத்து வினாக்களுக்கும் விடையளிக்கவும். அனைத்து வினாக்களும் சம மதிப்பெண்கள் பெறும்.]

1. $A = \begin{pmatrix} 5 & -6 \\ 3 & 7 \end{pmatrix}$ எனில் $3A$ -ன் மதிப்பைக் கண்டுபிடி.
2. $(2i + i)(i + 3i)$ -ன் மதிப்பைக் கண்டுபிடி.
3. $\tan 765^\circ = 1$ என்று நிரூபி.
4. மதிப்பிடுக: $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 2^2}{x - 2}$
5. $\frac{d^3y}{dx^3} - 5\frac{d^2y}{dx^2} + 6\frac{dy}{dx} + 7y = 0$ என்ற வகைக்கெழு சமன்பாட்டின் வரிசை எண் மற்றும் படியைக் காண்க.

பகுதி - ஆ (10 X 2 = 20)

[குறிப்பு : ஏதேனும் பத்து வினாக்களுக்கு விடையளிக்கவும். அனைத்து வினாக்களும் சம மதிப்பெண்கள் பெறும்.]

6. $\begin{pmatrix} 8 & 16 \\ 6 & 12 \end{pmatrix}$ இது ஒரு பூஜ்ஜியக் கோவை அணி எனக்காட்டுக.
7. $\begin{pmatrix} 5 & -6 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$ என்ற அணியின் சேர்ப்பு அணியை காண்க.

8. $(x^2 + \frac{1}{x})^8$ என்ற விரிவாக்கத்தின் 4-வது உறுப்பைக் காண்க.
9. $\sqrt{3} - i$ என்ற சிக்கல் எண்ணின் மட்டு மற்றும் வீச்சு கண்டுபிடி.
10. ω என்பது ஒன்றின் முப்படி மூலம் எனில் $\omega(\omega + 1)$ ன் மதிப்பைக் காண்க.
11. $\frac{\cos 5\theta + i \sin 5\theta}{\cos 3\theta - i \sin 3\theta}$ - ன் மதிப்பைக் கண்டுபிடி.
12. நிரூபி $\sin 40^\circ + \sin 20^\circ - \cos 10^\circ = 0$
13. $\tan^{-1} \left(\frac{3x-x^3}{1-3x^2} \right) = 3 \tan^{-1} x$ என நிரூபி.
14. $\frac{\sin 2A}{1 + \cos 2A} = \tan A$ என நிரூபி.
15. மதிப்பிடுக $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{\sin 4x}$
16. $y = \frac{1}{x^2} + 3 \tan x - \log x$ எனில் $\frac{dy}{dx}$ ஐக் கண்டுபிடி.
17. $y = \frac{1 + \cos x}{1 - \cos x}$ எனில் $\frac{dy}{dx}$ ஐக் கண்டுபிடி.
18. $y = x^4 - 3x^3 + 6x^2 + 2x + 1$ எனில் $\frac{d^2y}{dx^2}$ ஐக் காண்க.
19. மாறிலியை நீக்கி $x^2 + y^2 = a^2$ -ன் வகைக்கெழு சமன்பாட்டினைக் காண்க.
20. $u = 3x^3 + 4y^3 + 6xy$ எனில் (i) $\frac{\partial u}{\partial x}$ (ii) $\frac{\partial u}{\partial y}$ ஐக் காண்க.

பகுதி - இ (5 X 15 = 75)

[குறிப்பு: ஒவ்வொரு வினாவிலும் அ (அல்லது) ஆ வினாக்களுக்கு விடையளிக்கவும்.]

21. அ) i. $\begin{pmatrix} 3 & 4 & 1 \\ 0 & -1 & 2 \\ 5 & -2 & 6 \end{pmatrix}$ என்ற அணியின் நேர்மாறு அணியைக் காண்க.
- ii. கிராமரின் விதியைப் பயன்படுத்தி $3x - y + 2z = 8, x + y + z = 2$ மற்றும் $2x + y - z = -1$ என்ற சமன்பாடுகளைத் தீர்க்க.

(அ)

- ஆ) i. $\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 3 \\ 2 & 4 & -4 & 7 \\ -1 & -2 & -2 & -2 \end{pmatrix}$ என்ற அணியின் தரம் காண்க.

- ii. $(ax + \frac{b}{x})^{11}$ -ன் விரிவாக்கத்தில் x^5 -ன் குணகத்தைக் காண்க.

22. அ) i. $\frac{(1+i)(2-i)}{(1+3i)}$ -ன் மெய் மற்றும் கற்பனைப் பகுதிகளைக் காண்க.
ii. $x = \frac{2\pi}{13}$ எனும் போது $\frac{(\cos x - i \sin x)^3 (\cos 3x + i \sin 3x)^5}{(\cos 2x - i \sin 2x)^5 (\cos 5x + i \sin 5x)^7}$ -ன் மதிப்பைக் காண்க.
(அ)
- ஆ) i. ஆர்கள் தளத்தில் $3 + 2i, 5 + 4i, 3 + 6i$ மற்றும் $1 + 4i$ என்ற கலப்பெண்களால் குறிக்கப்படும் புள்ளிகள் ஒரு சதுரத்தை அமைக்கும் என நிறுவுக.
ii. தீர்க்க: $x^8 - x^5 + x^3 - 1 = 0$
23. அ) i. $\sin A = \frac{8}{17}, \sin B = \frac{5}{13}$ எனில், $\sin(A + B) = \frac{171}{221}$ என நிரூபி.
ii. $\cos 10^\circ \cos 30^\circ \cos 50^\circ \cos 70^\circ = \frac{3}{16}$ என நிரூபி.
(அ)
- ஆ) i. $\frac{\sin A + \sin 2A + \sin 3A}{\cos A + \cos 2A + \cos 3A} = \tan 2A$ என நிரூபி.
ii. $\cos^{-1}(4x^3 - 3x) = 3\cos^{-1}x$ என நிரூபி.
24. அ) i. மதிப்பிடுக: $\lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{5\sin 6\theta}{3\sin 2\theta}$
ii. (1) $y = (x + 1)(x + 2)(x + 3)$ (2) $y = \frac{x^2 + 1}{e^x}$ எனில், $\frac{dy}{dx}$ -ஐக் காண்க.
(அ)
- ஆ) i. (1) $y = \log x(2x + 1)\sqrt{x}$ (2) $y = \frac{ax + b}{cx + d}$ எனில், $\frac{dy}{dx}$ -ஐக் காண்க.
ii. (1) $y = \sin(3x + 4)$ (2) $x^3 + y^3 = 3$ எனில், $\frac{dy}{dx}$ -ஐக் காண்க.
25. அ) i. $y = A\cos 5x + B\sin 5x$ என்ற சமன்பாட்டில் மாறிலிகள் 'A' மற்றும் 'B' ஐ நீக்கி வகைக்கெழு சமன்பாடு அமைக்க.
ii. $y = \frac{\cos x}{x}$ எனில் $xy_2 + 2y_1 + xy = 0$ என நிரூபி.
(அ)
- ஆ) i. $u = 2x^3 + 3x^2y + 4xy^2 + 4y^3$, எனில் $\frac{\partial u}{\partial x}$ மற்றும் $\frac{\partial u}{\partial y}$ காண்க.
ii. $u = 2x^3 - 3x^2y + 3xy^2 + 5y^3$ எனில் $x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y}$ காண்க.

