

November 2022

Time – Three hours
(Maximum Marks: 100)

- [N.B. 1. Answer all questions in PART A. Each question carries one mark.
2. Answer any ten questions in PART B. Each question carries two marks.
3. Answer all question by selecting either A or B. Each question carries fifteen marks. (7+8)]

PART – A

1. Define non-singular matrix.
2. If $z_1 = (6,1)$ and $z_2 = (-5,3)$ find $2z_1 - z_2$
3. Without using tables, simplify $\sin 23^\circ \cos 22^\circ + \sin 22^\circ \cos 23^\circ$
4. Evaluate: $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{ax^2+bx+c}{mx+n}$
5. If $y = x^2 + 6x - 15$, then find $\frac{d^2y}{dx^2}$

PART – B

6. Find the rank of $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 6 \\ 3 & -1 & 4 \end{pmatrix}$
7. Find the adjoint and inverse of $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$
8. Find the general term in $\left(2x^4 - \frac{5}{x^3}\right)^{11}$
9. Express $\frac{2}{3+4i}$ in the form of $a+ib$
10. Simplify $(\cos 3\theta - i \sin 3\theta)(\cos 5\theta + i \sin 5\theta)$
11. Find all the values of $(-1)^{\frac{1}{3}}$
12. Without using the tables, find the value of $\sin 75^\circ$
13. If $\sin A = \frac{2}{3}$, find $\sin 3A$
14. Find the principal value of $\sin^{-1}\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

[Turn over.....

15. Evaluate $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{2x}$
16. Find $\frac{dy}{dx}$, if $y = (x^2 + 7) \tan x$
17. Find $\frac{dy}{dx}$, if $x^3 + y^3 = a^3$
18. $y = \tan x$, find $\frac{d^2y}{dx^2}$
19. Form a differential equation by eliminating the constant 'm' from $y = mx$
20. If $u = x^2 + y^2$, find $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$.

PART - C

21. i. Using Cramer's rule, solve the equations
A) $x + 2y + 5z = 4$, $3x + y + 4z = 6$ and $-x + y + z = -1$.
- ii. Find the inverse of $\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$
(or)
- B) i. Find the rank of the matrix $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 1 \\ 2 & 3 & 4 & 2 \\ 3 & 4 & 5 & 1 \end{pmatrix}$
- ii. Find the middle term in the expansion of $\left(x + \frac{2}{x^3}\right)^{10}$
22. i. Prove that the following complex numbers $4+3i$, $12+9i$, $15+5i$ and $7-i$ form a rectangle.
A)
- ii. Simplify $\frac{(\cos 2\theta - i \sin 2\theta)^4 (\cos 4\theta + i \sin 4\theta)^{-5}}{(\cos 3\theta + i \sin 3\theta)^2 (\cos 5\theta - i \sin 5\theta)^{-3}}$ using De Moivre's theorem.
(or)
- B) i. Find the modulus and amplitude of the complex number $\frac{1-i}{1+i}$
- ii. Solve : $x^4 - 1 = 0$

23. i. If $\sin A = \frac{3}{5}$ and $\cos B = \frac{12}{13}$ Prove that $\sin(A + B) = \frac{56}{65}$

A)

ii. Prove that $\frac{1 - \cos 2A + \sin 2A}{1 + \cos 2A + \sin 2A} = \tan A$

(or)

B) i. If $a = \cos x + \cos y$ and $b = \sin x - \sin y$, Show that

$$a^2 + b^2 = 4\cos^2\left(\frac{x+y}{2}\right)$$

ii. Show that $2\tan^{-1}\left(\frac{2}{3}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{12}{15}\right)$.

24. i. Evaluate

A)

(i) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^5 - 3^5}{x^4 - 3^4}$ (ii) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 10x}{\sin 7x}$

ii. Find $\frac{dy}{dx}$, if (i) $y = e^x \log x \sqrt{x}$ (ii) $y = \frac{\sin x}{1 + \cos x}$

(or)

B) i. Find $\frac{dy}{dx}$ if (i) $y = \sin(\log x)$ (ii) $x^2 + y^2 + 2x + 3y = 0$

ii. Find $\frac{dy}{dx}$ if (i) $y = \log(\sin x)$ (ii) $ax^2 + by^2 = 0$

25. i. If $y = x^2 \cos x$, Prove that $x^2 y_2 - 4xy_1 + (x^2 + 6)y = 0$

A)

ii. If $u = x^2 + y^2 + 3xy$, find $x^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + y^2 \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$

(or)

B) i. If $u = \log(x^3 + y^3)$, find $x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y}$

ii. If $y = e^x \sin x$, Prove that $y_2 - 2y_1 + 2y = 0$

[Turn over.....

தமிழ் வடிவம்

- [குறிப்பு1. பகுதி-அ வில் உள்ள அனைத்து வினாக்களுக்கும் விடையளிக்கவும்.
அனைத்து வினாக்களும் சம மதிப்பெண்கள் பெறும். (5 x 1 = 5)
2. பகுதி-ஆ வில் உள்ள ஏதேனும் பத்து வினாக்களுக்கு விடையளிக்கவும்.
அனைத்து வினாக்களும் சம மதிப்பெண்கள் பெறும். (10 x 2 = 20)
3. பகுதி-இயில் உள்ள ஒவ்வொரு வினாவிலும் அ (அல்லது) ஆ வினாக்களுக்கு விடையளிக்கவும். அனைத்து வினாக்களும் சம மதிப்பெண்கள் பெறும். (5 x 15 = 75) (7+8)]

பகுதி-அ

1. பூச்சியமற்ற அணி -வரையறு.
2. $z_1 = (6,1)$ மற்றும் $z_2 = (-5,3)$ எனில், $2z_1 - z_2$ -ஐக் காண்க.
3. அட்டவணையை பயன்படுத்தாமல் $\sin 23^\circ \cos 22^\circ + \sin 22^\circ \cos 23^\circ$ -ன் மதிப்பு காண்க.
4. மதிப்பிடுக: $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{ax^2+bx+c}{mx+n}$
5. $y = x^2 + 6x - 15$ எனில், $\frac{d^2y}{dx^2}$ -ஐக் காண்க.

பகுதி-ஆ

6. $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 6 \\ 3 & -1 & 4 \end{pmatrix}$ என்ற அணியின் தரம் காண்க.
7. $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ என்ற அணியின் சேர்ப்பு மற்றும் நேர்மாறு காண்க.
8. $(2x^4 - \frac{5}{x^3})^{11}$ ன் விரிவில் உள்ள பொது உறுப்பு காண்க.
9. $\frac{2}{3+4i}$ -ஐ $a+ib$ என்ற திட்ட வடிவில் எழுதுக.
10. சுருக்குக: $(\cos 3\theta - i \sin 3\theta)(\cos 5\theta + i \sin 5\theta)$
11. $(-1)^{\frac{1}{3}}$ - ன் எல்லா மதிப்புகளையும் காண்க.
12. அட்டவணையை பயன்படுத்தாமல் $\sin 75^\circ$ -ன் மதிப்பு காண்.
13. $\sin A = \frac{2}{3}$ எனில் $\sin 3A$ ன் மதிப்பு காண்க.

14. $\sin^{-1}\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ -ன் முதன்மை மதிப்பு காண்
15. மதிப்பு காண்க: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{2x}$
16. $y = (x^2 + 7) \tan x$ எனில் $\frac{dy}{dx}$ -ன் மதிப்பு காண்க.
17. $x^3 + y^3 = a^3$ எனில் $\frac{dy}{dx}$ -ன் மதிப்பு காண்க.
18. $y = \tan x$, எனில் $\frac{d^2y}{dx^2}$ காண்க.
19. $y = mx$ என்ற சமன்பாட்டில் மாறிலி 'm' ஐ நீக்கி வகைக்கெழு சமன்பாடு அமைக்க.
20. $u = x^2 + y^2$ எனில் $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$ காண்க.

PART - C

21. i. கிராமரின் விதியைப் பயன்படுத்தி, $x + 2y + 5z = 4$, $3x + y + 4z = 6$ மற்றும் $-x + y + z = -1$ சமன்பாடுகளைத் தீர்க்கவும்.
- ii. $\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$ -இன் நேர்மாறு அணியைக் காண்க.
- (அ)
- ஆ) i. $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 1 \\ 2 & 3 & 4 & 2 \\ 3 & 4 & 5 & 1 \end{pmatrix}$ என்ற அணியின் தரம் காண்க.
- ii. $\left(x + \frac{2}{x^3}\right)^{10}$ இன் விரிவாக்கத்தின் நடு உறுப்புகளைக் காண்க.
22. i. $4+3i$, $12+9i$, $15+5i$ மற்றும் $7-i$ ஆகிய சிக்கலெண்கள் ஒரு செவ்வகத்தை ஏற்படுத்தும் என நிரூபி.
- ii. $\frac{(\cos 2\theta - i \sin 2\theta)^4 (\cos 4\theta + i \sin 4\theta)^{-5}}{(\cos 3\theta + i \sin 3\theta)^2 (\cos 5\theta - i \sin 5\theta)^{-3}}$
- (அ)
- ஆ) i. $\frac{1-i}{1+i}$ என்ற கலப்பெண்ணின் மட்டு மற்றும் வீச்சு காண்க.
- ii. தீர்க்க: $x^4 - 1 = 0$

[திருப்புக.....

23. i. $\sin A = \frac{3}{5}$ மற்றும் $\cos B = \frac{12}{13}$, எனில் $\sin(A + B) = \frac{56}{65}$ என நிரூபி.

அ)

ii. $\frac{1 - \cos 2A + \sin 2A}{1 + \cos 2A + \sin 2A} = \tan A$ என நிரூபி.

(அ)

ஆ) i. $a = \cos x + \cos y$, $b = \sin x - \sin y$ எனில் $a^2 + b^2 = 4\cos^2\left(\frac{x+y}{2}\right)$ என நிரூபி.

ii. $2\tan^{-1}\left(\frac{2}{3}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{12}{15}\right)$ என நிரூபி.

24. i. மதிப்பிடுக: (i) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^5 - 3^5}{x^4 - 3^4}$ (ii) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 10x}{\sin 7x}$

அ)

ii. (i) $y = e^x \log x \sqrt{x}$

(ii) $y = \frac{\sin x}{1 + \cos x}$ எனில், $\frac{dy}{dx}$ ஐக் காண்க.

(அ)

ஆ) i. (i) $y = \sin(\log x)$

(ii) $x^2 + y^2 + 2x + 3y = 0$ எனில், $\frac{dy}{dx}$ ஐக் காண்க.

ii. (i) $y = \log(\sin x)$

(ii) $ax^2 + by^2 = 0$ எனில், $\frac{dy}{dx}$ ஐக் காண்க.

25. i. $y = x^2 \cos x$ எனில் $x^2 y_2 - 4x y_1 + (x^2 + 6)y = 0$ என நிரூபி.

அ)

ii. $u = x^2 + y^2 + 3xy$ எனில் $x^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + y^2 \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$ ஐக் காண்க.

(அ)

ஆ) i. $u = \log(x^3 + y^3)$ எனில் $x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y}$ ஐக் காண்க.

ii. $y = e^x \sin x$ எனில் $y_2 - 2y_1 + 2y = 0$ என நிரூபி.